

## 2.3.4 Rovnice

### Předpoklady: 020303

**Př. 1:** Myslím si číslo. Když ho vynásobím dvěma a přičtu k němu jedenáct, dostanu číslo 19. Jaké číslo jsem si myslel?

Projďme zadaný postup od konce a obrátíme všechny operace:

- od čísla 19 odečteme 11:  $19 - 11 = 8$ ,
- získané číslo vydělíme 2:  $8 : 2 = 4$ .

Mysleli jsme si číslo 4.

**Př. 2:** Najdi značku, která se schovává za žolíkem ve srovnání  $KPXX \quad PTTT$ .

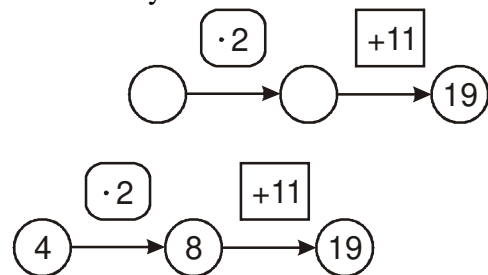
Vyškrtat nic nemůžeme  $\Rightarrow$  vyčíslíme obě strany:  $10 + 1 + X + X = 10 + 3 + 3 + 3$ .

$$11 + XX = 19$$

$$XX = 8$$

$$X = 4$$

**Př. 3:** Vyřeš hada.



**Př. 4:** Napiš zadání dalšího příkladu a vyřeš ho.

Co je zajímavého na předchozích třech příkladech?

Všechny příklady popisují tu samou situaci: hledáme číslo, jehož dvojnásobek se po přičtení jedenácti rovná devatenáct. Hledané číslo je čtyři.

Situaci zachycenou v předchozích příkladech zapisujeme v matematice pomocí rovnice :  $2x + 11 = 19$ .

V matematice se používají i rovnice trochu složitější, například:

$$\bullet \quad \frac{x + \frac{2x+3}{2}}{\frac{3}{3}} = \frac{x - \frac{x-2}{2}}{\frac{3}{4}},$$

$$\bullet \quad 3 \cdot 4^{\log x} - 25 \cdot 2^{\log x} + 8 = 0,$$

- $2 \cos \left( \frac{5x + 3x - \frac{\pi}{2}}{2} \right) \sin \left( \frac{5x - 3x + \frac{\pi}{2}}{2} \right) = 0,$
- ...

Ve všech případech jde o to samé: dva výrazy, mezi které je zapsán znak rovnosti. Slovem výraz se označují zápisy, které jsou sestaveny z čísel, písmenek (která představují neznámá čísla) a znamének matematických operací.

Rovnice tak velmi dobře odpovídají hromádkám pana Moudrého a Zelendy. V okamžiku, kdy objevíme správnou hodnotu čísla, které máme napsat místo písmenek, můžeme výrazy na obou stranách spočítat a musíme získat stejné číslo (stejně jako když sečteme hodnoty kartiček na obou hromádkách).

Z toho vychází i nejdůležitější pravidlo pro upravování rovnic:

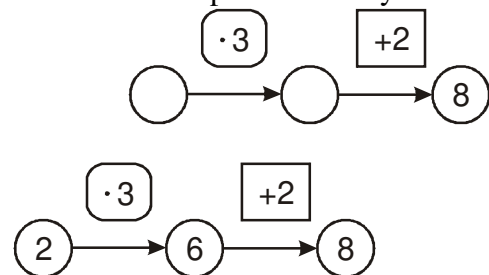
**Při všech úpravách rovnic musíme zachovávat rovnost – pokud něco provedeme s jednou stranou rovnice, musíme to samé udělat i s druhou.**

Rovnice je jedním z příkladů formalismu (způsobu, jak něco zapisovat). Matematický způsob zápisu do rovnic a výrazů se vyvíjel tisíce let a umožňuje zapisovat, přehledně a bez většinou mechanicky bez nutnosti speciálních nápadů řešit i velmi složité problémy.

Jaké to má nevýhody?

- Protože nejde o okamžitý nápad jednoho matematika, ale o komplexní systém budovaný mnoha matematiky po mnoho let, nedá se očekávat, že bychom mohli objevit (jako se nám to daří v mnoha jiných případech) nejlepší způsob zapisování a řešení rovnic samostatně. Naopak v tomto případě se spolehneme na to, co vytvořili jiní a (samozřejmě s pochopením) to přebereme.
- Použití rovnic začne být opravdu výhodné u složitějších situací, ale učit se ho musíme v těch nejjednodušších, kdy si můžeme kontrolovat správnost našich postupů a které bychom dokázali vyřešit i rychleji bez rovnic.
- Jako každý nástroj i rovnice můžeme efektivně využívat pouze v případě, že se s nimi naučíme dobře zacházet a to bohužel vyžaduje trénink (který nemusí být až tak zajímavý, ale bez něj se to zkrátka neobejde, což potvrdí každý, kdo dělá sport nebo hraje na hudební nástroj).

**Př. 5:** Vyřeš hada. Po vyřešení zapiš problém jako úlohu o čísle, pomocí hromádek i rovnic. Alespoň jeden z takto vytvořených příkladů vyřeš a ověř tím správnost řešení původní úlohy.



Hledám číslo. Po vynásobení třemi a přičtení dvou se rovná osmi.

Projdeme zadaný postup od konce a obrátíme všechny operace:

- od čísla 8 odečteme 2:  $8 - 2 = 6$ ,
- získané číslo vydělíme 3:  $6 : 3 = 2$ .

Mysleli jsme si číslo 2.

*DXXX BT*

Není co vyškrtávat  $\Rightarrow$  obě strany vyčíslíme:  $2 + XXX = 8$

$$XXX = 8 - 2 = 6$$

$$X = 2$$

$$3x + 2 = 8$$

$$x = (8 - 2) : 3 = 6 : 3 = 2$$

**Př. 6:** Vyřeš úlohu o čísle. Po vyřešení zapiš problém jako hada, pomocí hromádek i rovnicí. Alespoň jeden z takto vytvořených příkladů vyřeš a ověř tím správnost řešení původní úlohy.

Hledám číslo. Když k němu přičtu sedm a výsledek vynásobím třemi, dostanu číslo 42. Jaké číslo jsem si myslel?

Hledám číslo. Když k němu přičtu sedm a výsledek vynásobím třemi, dostanu číslo 42.

Projdeme zadaný postup od konce a obrátíme všechny operace:

- číslo 42 vydělíme 3:  $42 : 3 = 14$ ,
- od získaného čísla odečteme 7:  $14 - 7 = 7$ .

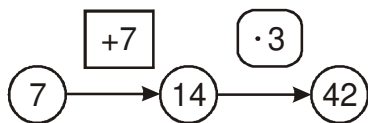
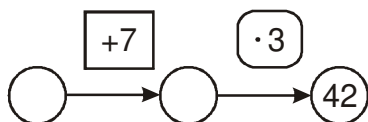
Mysleli jsme si číslo 7.

*BDX BDX BDX P P P P D*

Není co vyškrtávat  $\Rightarrow$  obě strany vyčíslíme:  $21 + XXX = 42$

$$XXX = 42 - 21 = 21$$

$$X = 7$$



$$3(x + 7) = 42$$

$$x = (42 : 3) - 7 = 14 - 7 = 7$$

**Př. 7:** Vyřeš hromádky. Po vyřešení zapiš problém jako úlohu o čísle, hada i rovnicí. Alespoň jeden z takto vytvořených příkladů vyřeš a ověř tím správnost řešení původní úlohy.

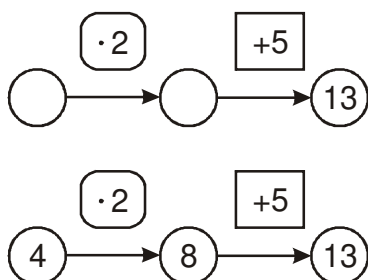
*BXX PT*

*BXX PT*

Není co vyškrtávat  $\Rightarrow$  obě strany vyčíslíme:  $5 + XX = 13$

$$XX = 13 - 5 = 8$$

$$X = 4$$



Hledám číslo. Po vynásobení dvěma a přičtení pěti se rovná třinácti.

Projdeme zadaný postup od konce a obrátíme všechny operace:

- od čísla 13 odečteme 5:  $13 - 5 = 8$ ,
- získané číslo vydělíme 2:  $8 : 2 = 4$ .

Mysleli jsme si číslo 4.

$$3x + 2 = 8$$

$$x = (8 - 2) : 3 = 6 : 3 = 2$$

**Př. 8:** V dnešní hodině jsme zjistili, že pomocí hadů, úloh o čísle, hromádek i rovnic můžeme různým způsobem vyjadřovat stejné problémy. Přesto nejsou všechny tyto způsoby rovnocenné, v některých z nich můžeme zapsat i úlohy, které se v jiných řešit nedají. Zkus takové úlohy najít. Jaká omezení mají jednotlivé způsoby zápisu?

Hromádky: neumožňují zapsat rovnice typu  $\frac{x}{3} - 3 = 10$ :

- kartičky se žolíkem máme vždy celé a nestříháme je ( $\frac{x}{3}$  představuje třetinovou hodnotu než celý žolík),
- na hromádku dáme kromě žolíků další papírky, které představují pouze celé hodnoty,
- všechny kartičky mají kladné hodnoty, na hromádce se tak nikdy neodečítá.

Úlohy o čísle: neumožňují zapsat rovnice typu:  $2x + 3 = 3x + 2$ , protože vždy vycházíme z hodnoty neznámého čísla, nemůže z něj vyjít „na obou stranách najednou“.

Hadi: neumožňují zapsat rovnice typu:  $2x + 3 = 3x + 2$ , protože vždy vycházíme z hodnoty neznámého čísla, nemůže z něj vyjít „na obou stranách najednou“. Situace, kdy je na pravé straně výraz navíc znamená, že nevíme, ke kterému číslu máme dojít.

**Shrnutí:** Způsob zapisování a upravování rovnic nebudeme samostatně vymýšlet, ale převezmeme ho od zkušenějších.